9. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2017/18 http://www.ikp.uni-koeln.de/~blazhev/vorkurs1718

1. Folgen

Betrachten Sie die Folge

$$x_1 = 1,\ x_2 = \frac{1}{4},\ x_3 = \frac{1}{9},\ x_4 = \frac{1}{16},\ \ldots$$

Wie lautet das naechste Glied der Folge x_5? Wie lautet das explizite Bildungegesetz, wie das rekursive? Gegen welchen Wert konvergiert die Folge fuer $n \to \infty$?

2. Konvergenz von Folgen

Sind die Folgen (a_n), die durch die folgenden Bildungsgesetze definiert sind, Nullfolgen? Wenn ja, bestimmen Sie ein n_0 so, dass $|a_n| < \varepsilon$ fuer alle $n > n_0$:

$$(a) \qquad a_n = \frac{n}{n^3 + n^2 + 1}$$

$$(b) \qquad a_n = \frac{n+1}{n+2}$$

$$(c) \qquad a_n = \frac{\sin^3 n + \cos n}{\sqrt{n}}\ .$$

3. Konvergenz von Folgen

Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge

$$a_n = \sqrt{n}\left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right)$$

durch Benutzung der Rechenregeln fuer den Grenzwert. Hinweis: Vielleicht hilft es die Folgen mit $1 = \frac{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ zu multiplizieren.

4. Konvergenz von Reihen

Zeigen Sie die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}.$$

Hinweis: Dabei kann die Formel $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$ und gezieltes Umordnen und Zusammenfassen nuetzlich sein.

5. Endliche Reihe

Finden Sie einen einfachen Ausdruck fuer die Summe aller natuerlichen Zahlen bis zu einer Grenze n:

$$\sum_{k=1}^{n} k.$$

Achtung: n ist endlich, wir betrachten hier keinen Grenzwert. Die Loesung erhaelt man wiederum durch geschicktes Sortieren.